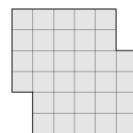


Региональная заочная олимпиада школьников по математике, 2015
Задачи для 6-7 классов

1. В записи трёх последовательных шестизначных чисел используются только три цифры, причём одна из них используется 15 раз. Какая это цифра? Укажите все возможные варианты и обоснуйте, почему других не может быть. Последовательные числа – это числа, каждое из которых больше предыдущего на единицу, например, 19,20,21,

2. У Пети и у Васи есть по одной фигуре, изображённой на рисунке. Каждый из них разрезает свою фигуру на 8 одинаковых фигурок. Могут ли Петины фигурки отличаться от Васиных? Ответ обоснуйте.



3. По кольцу длиной 390 метров с постоянной скоростью ездит поезд, за которым наблюдают Алексей и Борис с секундомером. Алексей посчитал время, за которое поезд проезжает мимо столба. Борис измерил время, которое поезд тратит на то, чтобы проехать полный круг, начиная с момента, когда начало поезда поравняется со столбом, до момента, когда конец поезда поравняется со столбом. Оказалось, что время Бориса в 11 раз больше, чем время Алексея. Найдите длину поезда.

4. Учитель математики подставил в выражение $* \cdot * \cdot * \cdot * + * \cdot * \cdot * \cdot * \cdot * \cdot *$ вместо звёздочек числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 в произвольном порядке, используя каждое число по одному разу, и результат вычислений записал на доске. Затем поменял порядок чисел в выражении и снова записал результат. И так до тех пор, пока не перебрал все варианты расстановок этих чисел. Сколько различных простых чисел у него получилось в результате? Натуральное число называется простым, если оно больше единицы и делится только само на себя и на 1.

5. Можно ли с помощью трёх взвешиваний на чашечных весах без гирь определить хотя бы одну настоящую монету из десяти одинаковых по внешнему виду монет, если известно, что среди этих монет есть 5 фальшивых, которые одинаковы по весу и легче настоящих монет?

6. Все клетки квадрата 5×5 окрашены в белый цвет, кроме одной центральной, которая окрашена в чёрный цвет. За один ход можно выбрать какую-нибудь клетку и перекрасить в другой (противоположный) цвет её и её соседей, имеющих с ней общую сторону. Можно ли таким образом за несколько ходов сделать квадрат полностью белым?