

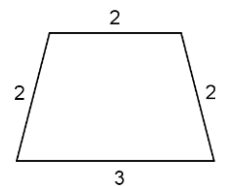
Региональная заочная олимпиада школьников по математике, 2015
Задачи для 8-9 классов

1. Назовём число *интересным*, если его можно представить в виде суммы двух слагаемых с одинаковой суммой цифр. Например, $143=103+40$ – интересное число. Докажите, что все числа вида $20\dots015$ (между 2 и 15 стоит любое количество нулей) являются интересными.

2. Известно, что для двух различных натуральных чисел a и b имеет место равенство $\text{НОД}(a, b) = 6\text{НОД}(a + 10, b)$. Каким могло быть число $\text{НОД}(a, b)$? Найдите все возможные варианты и докажите, что других быть не может. $\text{НОД}(a, b)$ – наибольший общий делитель чисел a и b .

3. По кругу стадиона длиной 400 метров бегут в одну и ту же сторону два спортсмена со скоростью 5 м/с и 3 м/с. Известно, что расстояние между спортсменами сейчас такое же, каким оно было 40 секунд назад (из двух расстояний по кругу считается наименьшее). Найдите его величину.

4. Можно ли трапецию со сторонами 2, 2, 2, 3 разрезать на четыре равных трапеции, не обязательно похожих на данную?



5. Дан квадрат 4×4 , клетки которого покрашены в чёрный и белый цвет в шахматном порядке. За один ход разрешается, выбрав любой квадратик 2×2 клетки, поменять цвета всех его клеток на противоположные. За какое наименьшее число ходов можно перекрасить все клетки квадрата 4×4 в один цвет?

6. По кругу расставлены гири так, что всякие две соседние из них отличаются по весу друг от друга на 1 грамм. Гирю назовём *большой*, если она тяжелее своих соседей. Пусть B – общий вес всех больших гирь. Гирю назовём *малой*, если она легче своих соседей. Пусть M – общий вес всех малых гирь. Сколько гирь расставлено по кругу? Выразите количество гирь через B и M .